

# Cluster-Wachstumsmodelle

ein anderer Zufallsprozess

Wir betrachten zwei verschiedene Modelle:

Eden-Modell:

1) wir betrachten ein zweidimensionales Gitter von Punkten  $(x, y)$ ,  
wobei  $x$  und  $y$  ganze Zahlen sind

2) wir legen das Samen-Partikel an  $x=0, y=0$

das ist unsere Anfangstraube(Gruppe)

3) der Cluster wächst durch Hinzufügen von Partikeln direkt am Rand des Clusters

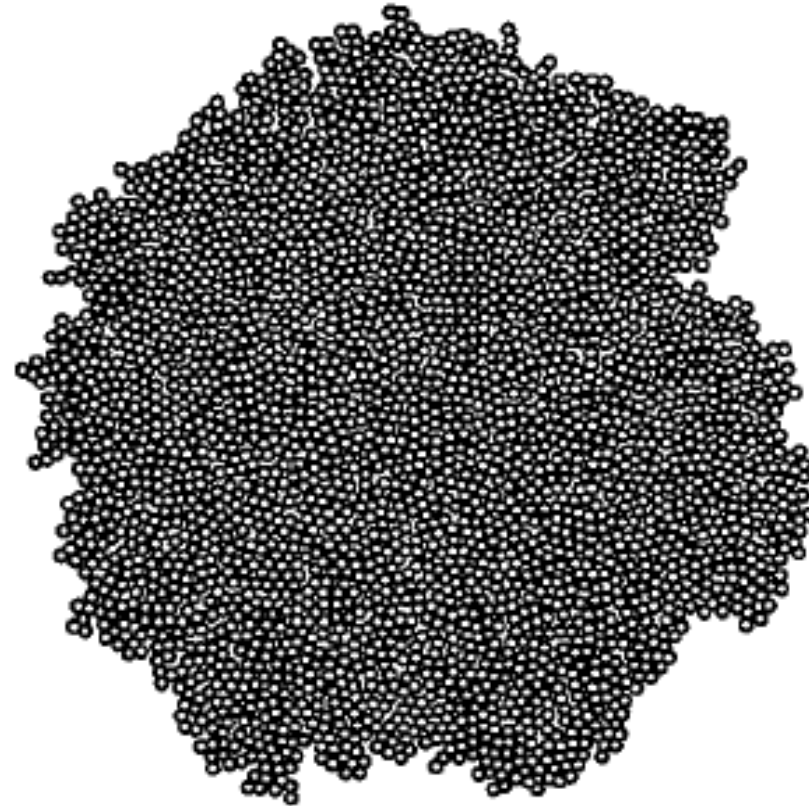
unser anfänglicher Cluster hat nächste Nachbarpunkte auf dem Gitter an  $(\pm 1, 0)$  und  $(0, \pm 1)$

4) wir wählen als nächstes einen dieser Nachbarpunkte zufällig aus  
und platzieren ein Teilchen an dieser Position

der Cluster enthält jetzt zwei Partikel und hat einen größeren Umfang

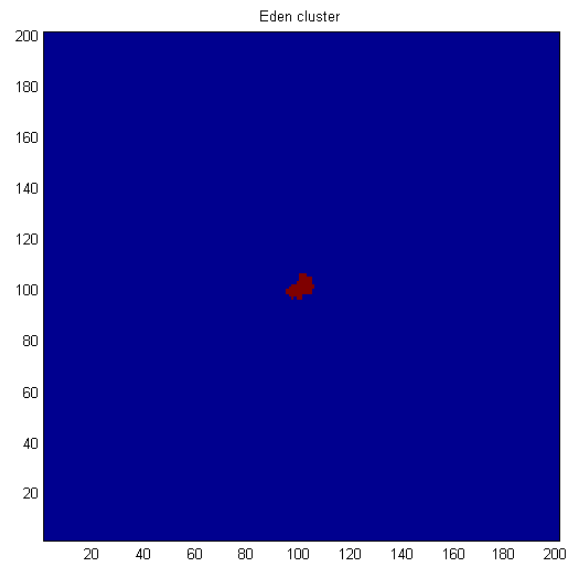
5) dieser Vorgang wird dann wiederholt

wir setzen diesen Prozess fort, bis der Cluster die gewünschte Größe erreicht hat

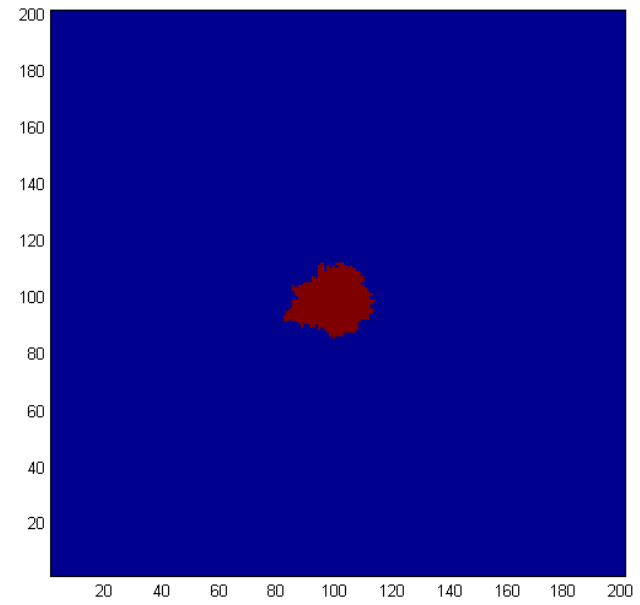


Matlab illustration

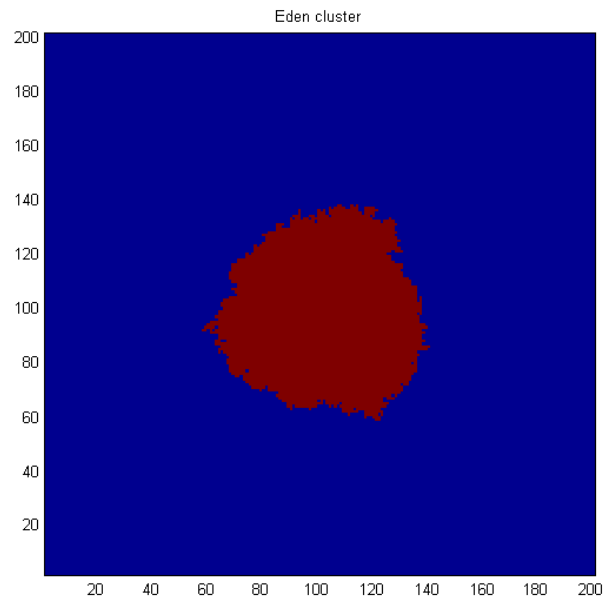
# 100 Teilchen



# 1000 Teilchen



# 10000 Teilchen

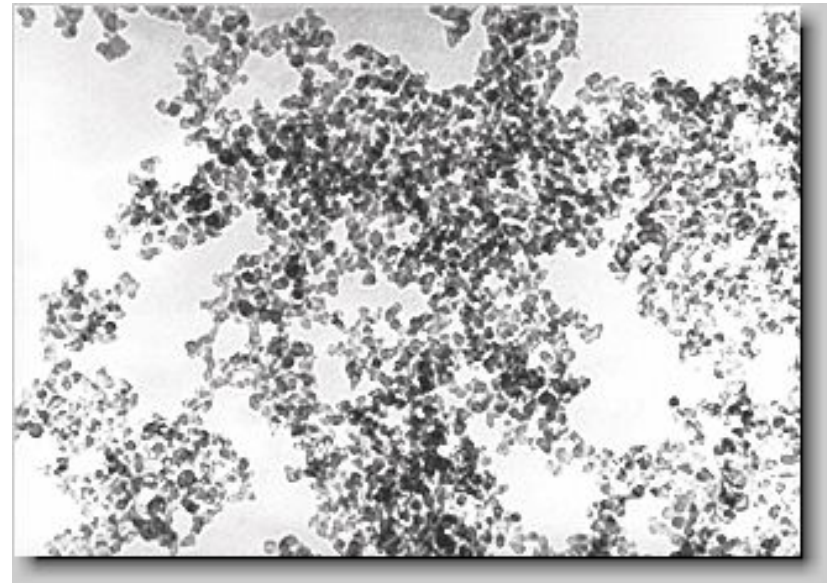


grundsätzlich erhält man eine kreisförmige Scheibe mit einigen Löchern

der Cluster wächst, seine Grenzen ausbreitend: "Krebs" Modell

nicht jeder Cluster breitet sich auf diese Weise aus

Schneeflocke und Ruß-Partikeln wachsen durch Hinzufügen von neuen Partikeln an die Außenseite des Cluster



## 2) Diffusion Limited Aggregation (DLA) (Diffusions beschränkte Ansammlung)

- a) wir legen das Samen-Partikel an  $x=0, y=0$
- b) wir bewegen dann das Partikel an eine zufällig gewählte Position  $(x, y)$ , die vom Ursprung entfernt ist und
- c) lassen es einen random walk durchführen
- d) wenn dieser Spaziergänger den Rand des Clusters erreicht, stößt das Teilchen an und wird ein Teil des Clusters
- e) dieser Prozess wird für viele Spaziergänger wiederholt

**dieser Prozess modelliert die Bildung eines großen Partikels aus kleineren Partikeln in einer Lösung**

kleine Partikel breiten sich aus und nähern sich dem Cluster aus allen Richtungen

Diffusion ist equivalent zu einem random walk

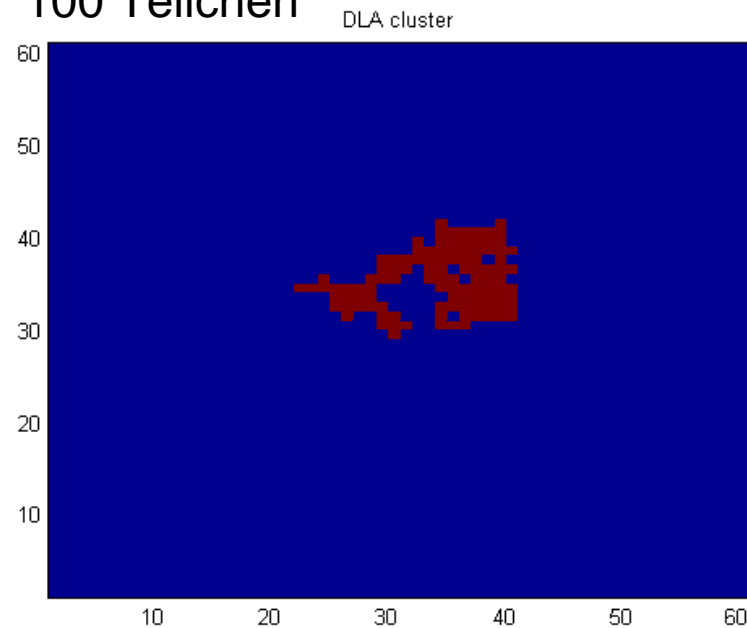
wir werden den Computercode schreiben

## einige praktische Hinweise

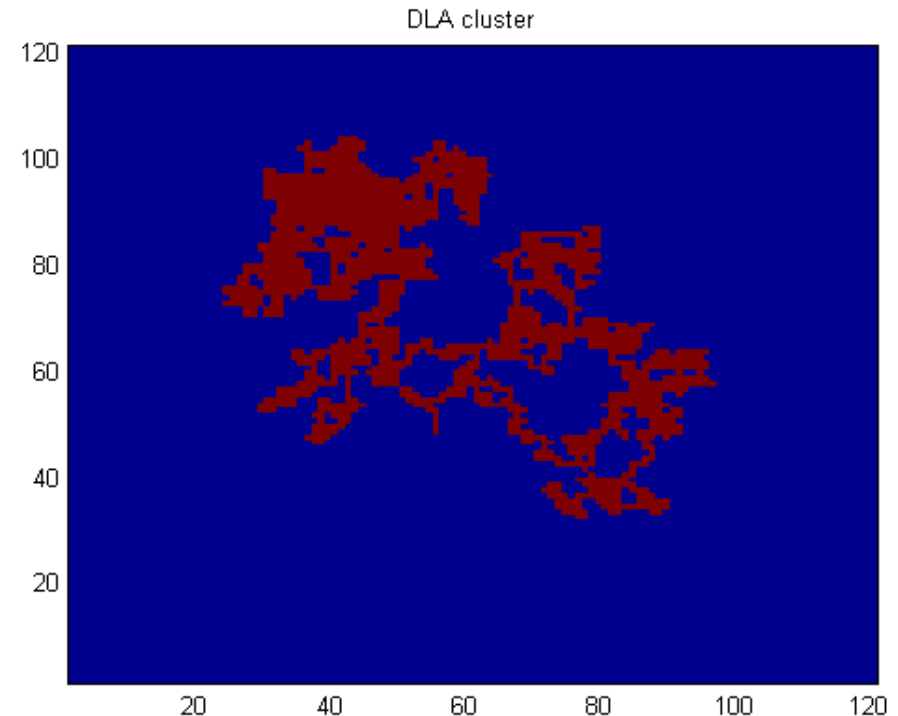
- 1) Beginnen Sie mit einem neuen Spaziergänger in einer Entfernung  $r_{\text{start}}$  (Kreis) vom Ursprung
- 2) wenn sich der Spaziergänger zu weit vom Ursprung entfernt ( $>1.2r_{\text{start}}$ ), brechen wir ab und fangen einen neuen Spaziergänger an

### Matlab illustration

100 Teilchen



1000 Teilchen



## Vergleich des Eden Clusters mit dem DLA Cluster

- 1) Eden Cluster ist eine feste Platte mit sehr wenigen Löchern und ziemlich glattem Umfang
- 2) der DLA Cluster enthält viele große Hohlräume, und der Rand ist sehr unregelmäßig

diese Unterschiede kann man auf die Wachstumsregeln zurückführen

im Eden-Fall werden alle Rand-Stellen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vom nächsten Partikel besetzt

Auf diese Weise werden Einbuchtungen mit größerer Wahrscheinlichkeit aufgefüllt

für DLA Cluster werden die inneren Lücken nur schließlich gefüllt

**wir möchten diesen Unterschied quantitativ beschreiben**

**das bringt uns zu Fraktalen**

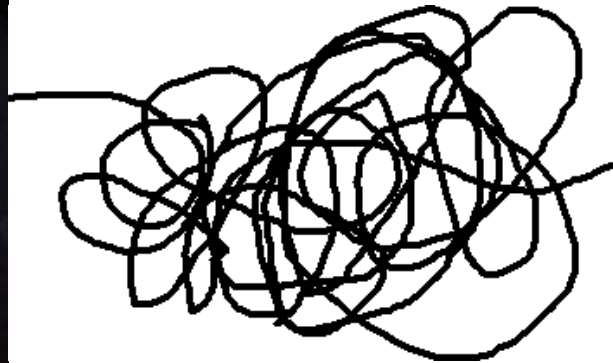
Wie können wir die Dimension eines Objekts bestimmen?

dumme Frage?

Gerade - ein eindimensionale Objekt

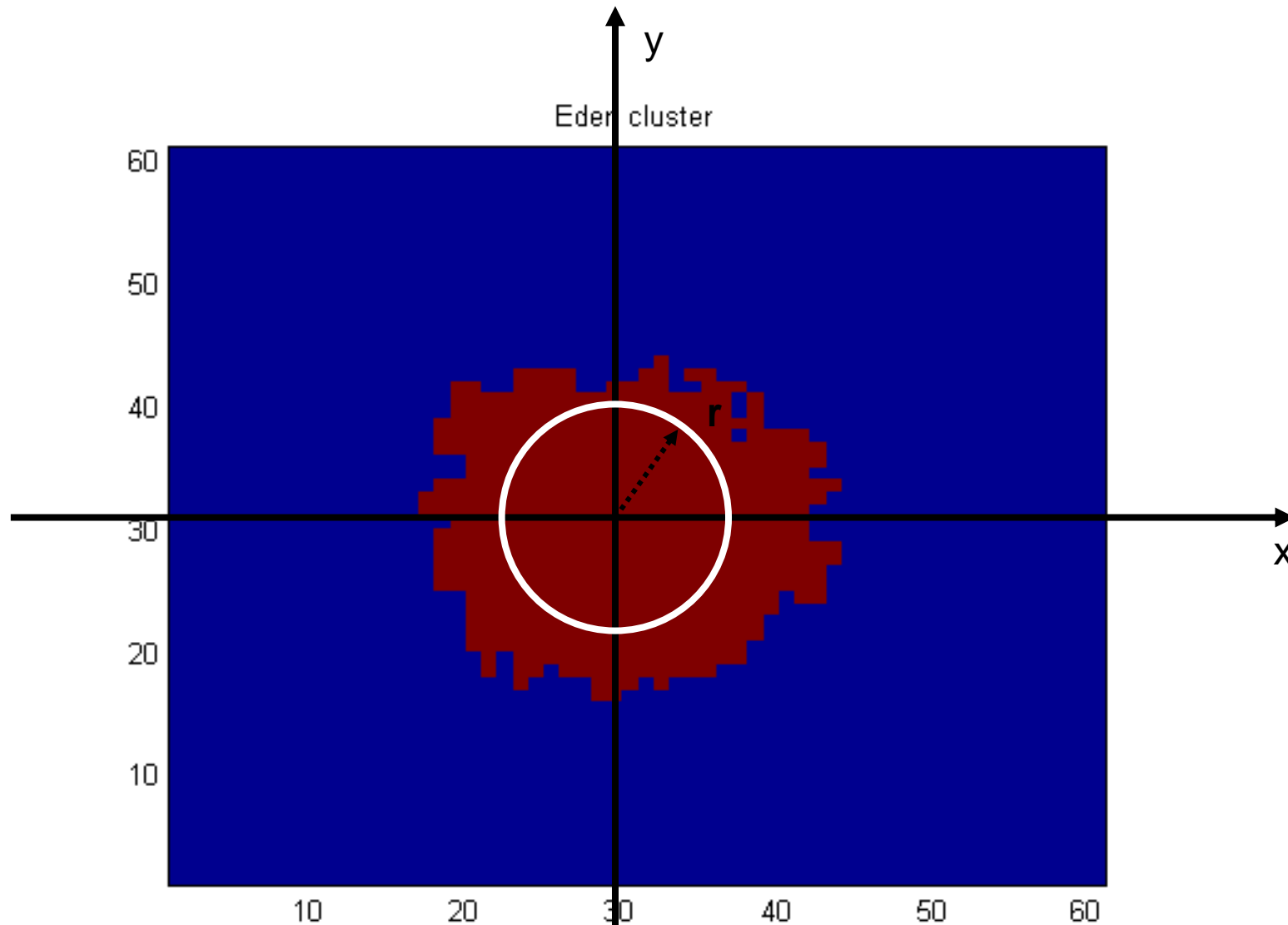
flache Platte - zwei eindimensionale Objekt

wie steht's mit einer Portion Spaghetti, einer verknoteten Schnur, oder zerknülltem Papier?



**wir werden die Definition von Dimension konstruieren**





Masse der Platte  $m(r) = \sigma \pi r^2$

$\sigma$  - Masse pro Einheitsgebiet

Masse skaliert mit  $r^2$

2 ist auch die Dimension des Objekts

für eine Gerade die Masse ist

$$m(r) = 2\lambda r$$

$\chi$  - Masse pro Einheitslänge

Masse skaliert mit  $r$  und 1 ist wieder die Dimension des Objekts

**unsere Definition**

$$m(r) \sim r^{d_f}$$

$d_f$  ist die effektive oder fraktale Dimension des Objektes